

Definition kinematic characteristics of hinge hooke analytical method Gorshkov A.

Определение кинематических характеристик шарнира Гука аналитическим методом Горшков А. Д.

Горшков Александр Деомидович / Gorshkov Aleksandr Deomidovich - кандидат технических наук, доцент,
кафедра общинженерных дисциплин,
Пермский военный институт внутренних войск, г. Пермь

Аннотация: в статье предложен аналитический метод решения векторных уравнений [2]-[6], применение которого проиллюстрировано на примере расчета угловых скоростей пространственного механизма, в качестве которого выбран шарнир Гука. Проведено сравнение результатов, полученных другими методами.

Abstract: this article proposes an analytical method for solving vector equations [2]-[6], the use of which is illustrated in the example of calculating angular velocities of a spatial mechanism in which the selected hinge Hooke. The comparison of the results obtained by other methods.

Ключевые слова: механизм, шарнир Гука, звено, кинематическая пара, угловая скорость.

Keywords: mechanism, the Hooke's joint, link, kinematic pair, angular velocity.

Определим угловые скорости звеньев шарнира Гука аналитическим методом, используемым автором ранее для определения скоростей в плоских механизмах [2]-[6]. Для определения положения звеньев механизма используем углы Эйлера, и кинематическая схема механизма может быть представлена в виде (рис. 1). Вращательное движение от ведущего вала (звено 1) посредством крестовины (звено 2) передается ведомому валу (звено 3). Оси звеньев 1 и 3 расположены под углом α друг к другу.

Введем в рассмотрение две системы координат – неподвижная система (XYZ) и подвижная система координат (X'Y'Z').

Таблица направляющих косинусов между осями подвижной и неподвижной системы координат будет такой:

Таблица 1. Направляющие косинусы между осями координат

	x'	y'	z'
x	$\cos \alpha \cdot \cos \varphi_2$	$\cos \varphi_1$	0
y	$\sin \varphi_2$	$\sin \varphi_1$	0
z	$\sin \alpha \cdot \cos \varphi_2$	0	1

Систему векторных уравнений, связывающих между собой векторы угловых скоростей: $\vec{\omega}_1$ - входного звена, $\vec{\omega}_2$ - промежуточного звена 2 (крестовины), $\vec{\omega}_3$ - выходного звена и векторов относительного вращения $\vec{\omega}_{21}$ и $\vec{\omega}_{23}$ звена 2 относительно звеньев 1 и 3 запишем в виде ([1], стр. 137).

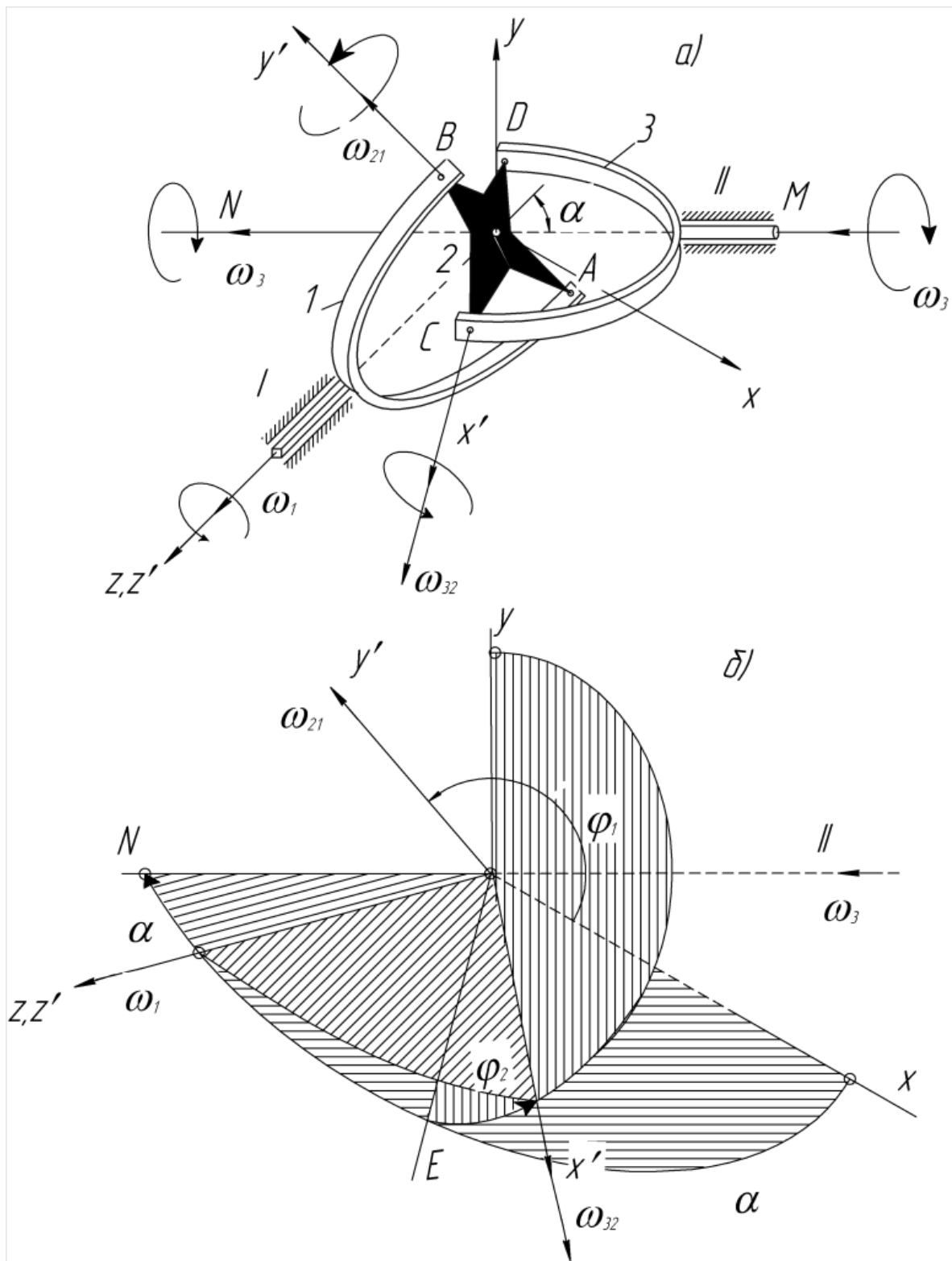


Рис. 1. Кинематическая схема шарнира Гука (а) и углы Эйлера (б)

$$\vec{\omega}_2 = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_{21} \quad (1)$$

$$\vec{\omega}_3 = \vec{\omega}_2 + \vec{\omega}_{32} \quad (2)$$

или

$$\vec{\omega}_3 = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_{21} + \vec{\omega}_{32} \quad (3)$$

В работе ([1], стр. 138) уравнение (3) решено графическим построением в трехмерном пространстве. Решим эти уравнения аналитическим способом. Переход к проекциям векторов угловых скоростей на неподвижные оси координат производится по формулам, аналогичным формулам преобразования координат:

Таблица 2. Проекция векторов угловых скоростей на неподвижные оси координат

	ω_1	ω_{21}	ω_{32}	ω_3
$Пр_x$	0	$\cos \varphi_1$	$\cos \alpha \cdot \cos \varphi_2$	$-\sin \alpha$
$Пр_y$	0	$\sin \varphi_1$	$\sin \varphi_2$	0
$Пр_z$	1	0	$\sin \alpha \cdot \cos \varphi_2$	$\cos \alpha$

Система уравнений для определения величин угловых скоростей ω_{21} , ω_{32} , ω_3 будет такой:

$$\begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & \cos \alpha \cdot \cos \varphi_2 & -\sin \alpha \\ \sin \varphi_1 & \sin \varphi_2 & 0 \\ 0 & \sin \alpha \cdot \cos \varphi_2 & \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_{21} \\ \omega_{32} \\ \omega_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Перед тем как численно решить систему уравнений (4), учтем, что из условия перпендикулярности осей (OX') и (OY') следует равенство

$$\cos \alpha \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 + \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 = 0,$$

откуда получим кинематическое уравнение ведомого вала

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = -\cos \alpha \cdot \operatorname{ctg} \varphi_1 \Rightarrow \varphi_2 = \operatorname{arctg}(-\cos \alpha \cdot \operatorname{ctg} \varphi_1).$$

Зададим численные значения: $\omega_1 = 60 \text{ 1/c}$, $\varphi_1 = 30^\circ$, $\alpha = 10^\circ$, тогда решение системы уравнений (4) будет таким:

$$\omega_{21} = 9,092 \text{ 1/c}, \quad \omega_{32} = 5,269 \text{ 1/c}, \quad \omega_3 = 60,465 \text{ 1/c}.$$

Рассмотрим расчет шарнира Гука, приведенный в [1], стр. 138. Расчетная кинематическая схема приведена на рис.2.

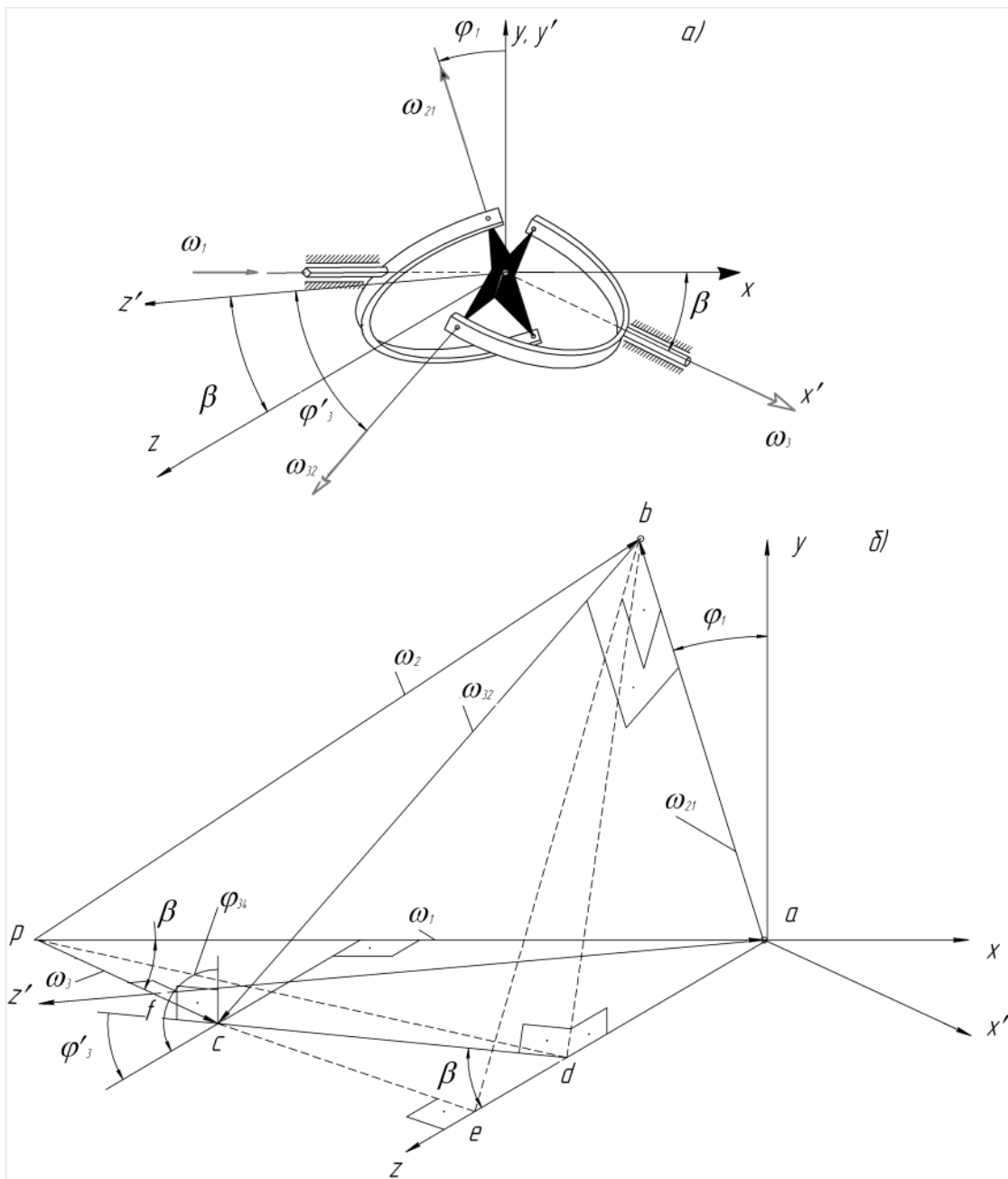


Рис. 2. а) схема движения крестовины и б) план угловых скоростей

Результат решения, приведенный в [1], стр. 138 имеет вид:

$$\omega_3 = \omega_1 \frac{\cos \beta}{1 - (\sin \beta \cdot \sin \varphi_1)^2} \quad (5)$$

$$\omega_{21} = \omega_3 \cdot \sin \beta \cdot \sin \varphi_1 \quad (6)$$

Чтобы установить соответствие кинематических схем, приведенных на рис. 1 и рис.2, сделаем замену в формулах (5) и (6)

$$\beta \rightarrow \alpha, \varphi_1 \rightarrow \varphi_1 + \pi/2.$$

Значения угловых скоростей, полученные по формулам (5) и (6), будут равны полученным ранее

$$\omega_{21} = 9,092 \text{ 1/с}, \omega_3 = 60,465 \text{ 1/с}.$$

Заключение

Сравнение изложенных методов позволяет утверждать, что аналитический метод решения векторных уравнений может быть использован для расчета кинематических параметров пространственных механизмов.

Литература

1. Теория механизмов и механика машин: Учебн. для втузов / Фролов К. В. и др.; М.: Высшая школа, 2003.
2. Горшков А. Д. Применение аналитического метода в кинематическом анализе плоских механизмов. XV Международная научно-практическая конференция: «Научное обозрение физико-математических и технических наук в XXI веке» Россия, г. Москва, 27-28.03.2015-С 16-19.
3. Горшков А. Д. Применение аналитического метода в силовом анализе плоских механизмов. XV Международная научно-практическая конференция: «Научное обозрение физико-математических и технических наук в XXI веке» Россия, г. Москва, 27-28.03.2015-С 19-22.
4. Горшков А. Д., Кузьмина Н. А. Применение аналитического метода в силовом анализе рычажного плоского механизма. European Research: Innovation in Science, Education and Technology // European research № 3(4) / Сб. ст. по мат.: IV межд. науч.-практ. конф.(Россия, Москва, 23-24 мая, 2015). М. . - 98 с.
5. Горшков А. Д., Примостка В. Е. Применение аналитического метода в кинематическом анализе плоских многозвенных механизмов. European Research: Innovation in Science, Education and Technology// European Research № 8(9) / Сб. ст. по мат.: IX межд. науч.-практ. конф.(Россия, Москва, 23-24 октября, 2015). М. 2015, 6-17 с.
6. Горшков А. Д., Примостка В. Е. Применение аналитического метода в силовом анализе плоских многозвенных механизмов. European Research: Innovation in Science, Education and Technology// European Research № 8(9) / Сб. ст. по мат.: IX межд. науч.-практ. конф.(Россия, Москва, 23-24 октября, 2015). М. 2015, 17-28 с.