Convergent and divergent number series
Kabaeva I. (Russian Federation)
Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды
Кабаева И. И. (Российская Федерация)

Кабаева Ирина Игоревна / Kabaeva Irina - студент,
кафедра информатики и методики преподавания математики, физико-математический факультет,
Воронежский государственный педагогический университет, г. Воронеж

Аннотация: *в статье анализируются числовые ряды, признаки сходимости и расходимости.*
Abstract: *the article analyzes the numerical series, signs of convergence and divergence.*

Ключевые слова: *числовой ряд, сходящиеся и расходящиеся ряды.*
Keywords: *numerical series, convergent and divergent series.*

Бесконечная последовательность чисел, соединенная знаком сложения, называется числовым рядом. Например:

2, 4, 6,8..,2n – последовательность

2+4+6+8+10+…+2n+… = $\sum_{n=1}^{\infty} 2n$

$\sum_{n=2}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_n + \ldots$, где а - общий член ряда.

Поскольку сумма для всех членов ряда найти невозможно, то считается, что общей суммы ряда не существует, но можно найти суммы первых пяти членов ряда, десяти членов ряда. Такие суммы называются частичными, то есть:

$S_1 = a_1$

$S_2 = a_2$

$S_3 = a_3$

$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n$ частичные суммы ряда.

Сумма n-первых членов ряда называется частичной суммой ряда.

Таким образом, для каждого ряда можно составить последовательность его частичных сумм:

$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_n$

Сходящиеся и расходящиеся ряды

Важнейший вопрос исследования числовых рядов - это сходимость числовых рядов [1 с.].

Числовой ряд называется сходящимся, если последовательность его частичных сумм сходится, а это значит, существует конечный предел частичной суммы, при $n \to \infty$.

Числовой ряд называется расходящимся, если последовательность частичных сумм расходится, а это значит, предел частичной суммы при $n \to \infty$ не существует.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ - расходится, если S_n - расходится, если $\lim_{n\to\infty} S_n = \pm\infty$

$\sum_{n=1}^{\infty} 2n$ = 2+4+6+8+…+$2n$

$\lim_{n\to\infty} S_n = \pm\infty$, значит $\sum_{n=1}^{\infty} 2n$ – расходится.

Определять сходимость числового ряда через последовательность частичных сумм неудобно; зачастую это не приводит к нужному результату. Поэтому очень часто используются другие способы определения сходимости. Один из них – необходимый признак сходимости, который позволяет выявить расходящиеся ряды.

Если числовой ряд сходится, то его общий член стремится к нулю.

Если $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ - сходится, то $a_n \to 0$($\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ - необходимый признак сходимости.

Необходимый признак сходимости не является достаточным признаком, а это значит, что обратное утверждение не всегда выполняется.

Если общий член ряда стремится к нулю, то ряд сходится.

Если $a_n \to 0$, то $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ - сходится – **неверно!**

Это значит, что всегда выполняется следствие из необходимого признака: если общий член ряда не стремится к нулю, то ряд является расходящимся.

Например:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{2^n}$$

$\lim \top(n \to \infty)$ $\frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^\infty} = \frac{1}{\infty} = 0$, значит $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ ряд может сходиться или расходиться.

Свойства сходящихся рядов:

1. Сходимость ряда не изменится, если к нему прибавить или отнять конечное число членов ряда.
2. Если сходится числовой ряд, то сходится и его остаток.
3. Сходящиеся ряды можно складывать по членам и вычитать, при этом также получится сходящийся ряд.
4. Сходимость ряда не изменится, если все его члены умножить на некоторое число, отличное от нуля.

Литература

1. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki/ Числовой_ряд