

**INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF THE PARAMETERS OF THE
HEMMING CODES ON THE CORRECTIVE CAPABILITY IN CASCADE CODES**
Nazarenko Y.L.¹, Gudz E.P.², Sereda E.R.³, Cherkesova L.V.⁴ (Russian Federation)
Email: Nazarenko428@scientifictext.ru

¹Nazarenko Yuri Leonidovich – Student;

²Gudz Evgeny Petrovich – Student;

³Sereda Egor Romanovich – Student;

⁴Cherkesova Larisa Vladimirovna - Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,
DEPARTMENT OF INFORMATICS AND COMPUTER SCIENCE,
DON STATE TECHNICAL UNIVERSITY
ROSTOV-ON-DON

Abstract: the article is devoted to the investigation of the effectiveness of one of the error correction methods in the event of interference in digital communication channels. A solution based on the use of noise-immune coding using cascading Hamming codes is proposed and considered. The efficiency of the scheme for data transmission under conditions of increased probability of error packets is justified. A software has been developed that allows obtaining the necessary data for evaluation. Concludes about the most effective parameters of cascading coding.

Keywords: noise-immune coding, Hamming codes, cascading codes, binary communication channel, error packets.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ КОДОВ ХЭММИНГА НА
ИСПРАВЛЯЮЩУЮ СПОСОБНОСТЬ В КАСКАДНЫХ КОДАХ**
**Назаренко Ю.Л.¹, Гудзь Е.П.², Середя Е.Р.³, Черкесова Л.В.⁴ (Российская
Федерация)**

¹Назаренко Юрий Леонидович – студент;

²Гудзь Евгений Петрович – студент;

³Середя Егор Романович – студент;

⁴Черкесова Лариса Владимировна – доктор физико-математических наук, профессор,
факультет информатики и вычислительной техники,
Донской государственный технический университет,
г. Ростов-на-Дону

Аннотация: статья посвящена исследованию эффективности одного из методов исправления ошибок при возникновении помех в цифровых каналах связи. Предложено и рассмотрено решение, основанное на применении помехоустойчивого кодирования с использованием каскадных кодов Хемминга. Обосновывается эффективность схемы при передаче данных в условиях повышенной вероятности возникновения пакетов ошибок. Разработано программное средство, позволяющее получить необходимые данные для оценки корректирующей способности рассматриваемого способа кодирования информации. Делается вывод о наиболее эффективных параметрах работы каскадного кодирования.

Ключевые слова: помехоустойчивое кодирование, коды Хемминга, каскадные коды, двоичный канал связи, пакеты ошибок.

Введение. Сегодня наш мир можно назвать эпохой информационных технологий. Основой его существования является возможность передавать, хранить и обрабатывать информацию. При осуществлении этих процессов приходится сталкиваться с множеством проблем – помехами, незащищенными каналами связи, ограниченностью дисковых пространств. Со всеми перечисленными проблемами помогает бороться кодирование информации.

Тема данной научно–исследовательской работы – каскадное кодирование при помощи кодов Хемминга. При передаче данных зачастую существует угроза зашумления целых пакетов данных, при которых поврежденными оказывается некоторое количество бит подряд. Основная задача каскадных кодов – бороться с такими явлениями. Они обладают способностью исправлять множественные ошибки в передаваемых блоках данных.

В данной работе исследуется корректирующая способность каскадных кодов, в которых в качестве обоих кодов выступают коды Хемминга с различными параметрами.

Постановка задачи. Цель данной научной работы – анализ эффективности работы двоичных каскадных кодов, основанных на кодах Хемминга. Для её выполнения было создана программа, имитирующая кодер, декодер каскадных кодов, двоичный канал связи. Входными данными для работы

программы является тройка чисел (R, r, err) , где R и r – параметры кодов Хэмминга, err – вероятность появления искажения некоторого количества бит в блоке данных [2].

При проведении экспериментов файл кодировался кодами с выбранными параметрами, подвергался искажениям в процессе передачи по смоделированному каналу связи, и декодировался с исправлением ошибок.

После проведения опытов сохраняются данные, необходимые для анализа эффективности: параметры R, r, err , а так же среднее арифметическое соотношения $\frac{err_a}{err_b}$, полученного в опытах, где err_a – число

ошибок, которые не смог исправить декодер, err_b – число ошибок, внесенных в имитации канала связи. На основе полученных сведений строятся выводы об эффективности кодера/декодера с теми или иными параметрами.

Теоретическая часть. Код Хэмминга является и самокорректирующимся кодом, то есть код может самостоятельно корректировать одиночные ошибки.

Главным параметром кода Хэмминга является число r . На его основе рассчитываются другие параметры – n (число проверочных символов) и k (число информационных символов) таким образом:

$$n = r^2 - 1, k = r^2 - 1 - r.$$

При каскадном кодировании блок данных сначала кодируется во внешнем, а затем во внутреннем кодере [3]. Модель подобного двухуровневого каскадного кода показана на рис. 1.

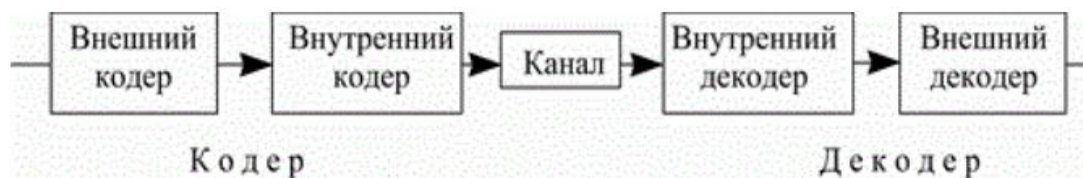


Рис. 1. Схема каскадного кодера

Таким образом, пакетная ошибка разделяется небольшими частями в словах внешнего кода, что даёт возможность её исправить. В общем виде алгоритм каскадного кодирования, образованного двумя кодами Хэмминга, выглядит следующим образом. Задаются параметры используемых кодов Хэмминга – r и R , исходя из которых идет расчёт количества информационных и проверочных символов для каждого кода (k, n) и (K, N) .

После этого k информационных символов добавляются в двумерный массив (матрицу) по столбцам. После заполнения K столбцов, внешний кодер Хэмминга построчно дополняет k строк $N-K$ проверочными символами. На заключительном этапе в каждый столбец добавляется $n-k$ проверочных символов. После этого полученный блок данных передают по каналу связи [4].

Вычислительные эксперименты. С целью определить параметры кодов Хэмминга, с которыми каскадный кодер имеет наибольшую исправляющую способность при появлении пакетов ошибок в канале связи, был проведен ряд опытов для различных наборов параметров (R, r, err) R и r принимают значения от 3 до 10, err – одно из значений 10^{-4} , 10^{-3} и 10^{-2} . Результаты опытов показаны на диаграммах.

На диаграммах по горизонтальной оси расположены параметры кодера, по вертикальной – соотношение $\frac{err_a}{err_b}$. Эффективность кодера обратно пропорциональна этому соотношению. Помимо этого,

имеет значение, насколько увеличивается объём передаваемых данных. Это значение можно рассчитать по формуле

$$\frac{(R^2 - 1) * (r^2 - 1)}{(R^2 - 1 - R)(r^2 - 1 - r)}.$$

На первой диаграмме показаны результаты работы кодера при $err = 0.0001$. С такой вероятностью можно столкнуться в реальном канале передачи данных. При такой вероятности самыми эффективными становятся параметры $r = 3$ и $r = 4$. При $r = 3$ декодер исправляет все ошибки, а при $r = 4$ остаётся неисправленным очень малое количество ошибок – около 2 %.

С ростом количества ошибок ($err = 0.001$, диаграмма 2), тенденция сохраняется – лучшую исправляющую способность кодер имеет при $r = 3$ – остаются неисправленными около 5% ошибок, при $r = 4$ – 20%. Дополнительно были рассмотрены результаты работы кодера при очень большой вероятности появления пакетов ошибок – $err = 0.01$ (диаграмма 3). В этом случае при $r = 3$ декодер исправляет порядка 40 % ошибок, при иных значениях кодер теряет исправляющую способность. Полученные

результаты сохраняются при любом параметре R из выбранного диапазона, кроме $R = 3$ – в этом случае декодер обладает крайне низкой эффективностью.

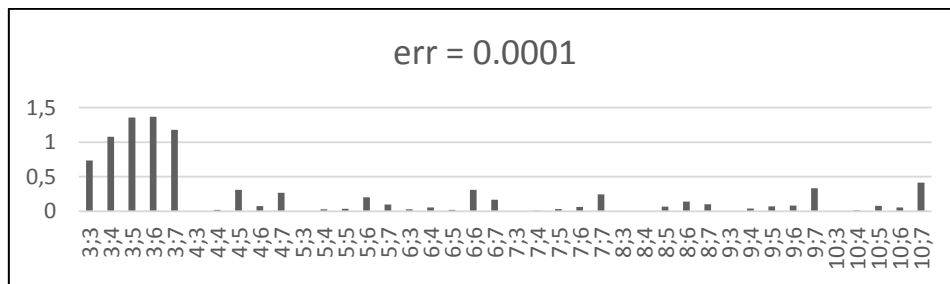


Рис. 2. Диаграмма. Результаты работы кодера при $err = 0.0001$

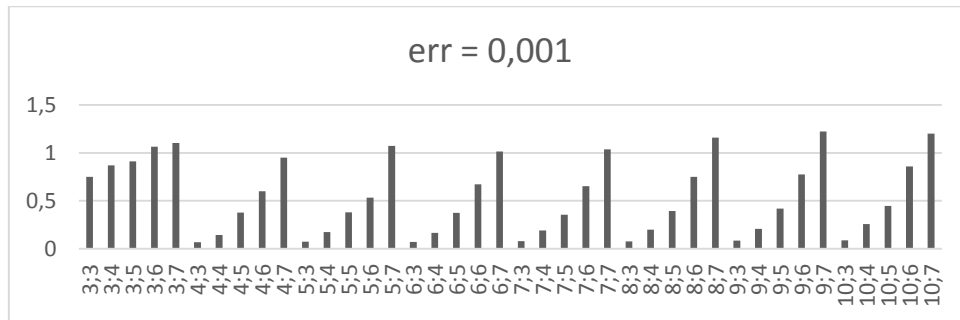


Рис. 3. Диаграмма. Результаты работы кодера при $err = 0.001$

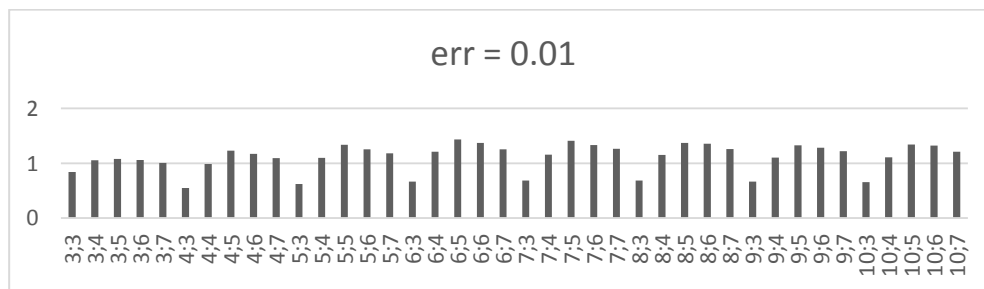


Рис. 4. Диаграмма. Результаты работы кодера при $err = 0.01$

Заключение. Данные, полученные в результате работы программы, позволяют сделать следующие выводы. Эффективность каскадного кодера, построенного на кодах Хэмминга, напрямую зависит от выбранного параметра для внутреннего кода. Этим результатам можно дать следующее объяснение. Корректирующая способность каскадного кодирования зависит от конфигурации ошибок. Для исправления всех ошибок в закодированном требуется, чтобы после работы внутреннего декодера в каждом столбце осталось не больше одной ошибки. Для этого в закодированном блоке не должно быть больше одного столбца с двумя или большим количеством ошибок. Из этого можно сделать вывод, что наиболее выгодной является ситуация, когда блок данных вытянут в ширину, и имеет наименьшую высоту. Принимая во внимание, что с увеличением параметров r и R избыточность при передаче данных уменьшается, можно сделать следующие выводы.

Очевидно, что наибольшую корректирующую способность кодер имеет при наименьшем значении параметра $r = 3$, но при увеличении этого параметра уменьшается избыточность. Например, применяя $r = 4$ вместо $r = 3$, избыточность сокращается в 1,28 раза, а при использовании $r = 5$ – в 1,42 раза.

Подводя итоги, можно сделать вывод, что если при передаче данных вероятность возникновения помех, приводящих к появлению одиночных или множественных ошибок, невелика, и при этом допускается незначительное количество неисправленных ошибок, то можно выбрать $r = 4$. Если канал связи менее надёжен, то есть декодер должен иметь максимальную корректирующую способность, то в r необходимо выбирать равным 3. Параметр R в следует выбирать наибольшим из доступных по значению.

Список литературы / References

1. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр. 2 изд., испр., 2003. 424 с.
2. *Блейхут Р.* Теория и практика кодов, контролирующих ошибки / Р. Блейхут. 2-е изд. М.: Мир, 1986. 576 с.
3. *Петерсон У.* Коды, исправляющие ошибки / У. Петерсон, 1976. 600 с.
4. *Пенин П.Е.* Радиотехнические системы передачи информации. / П.Е. Пенин. М.: Радио и Связь, 1984. 256 с.

Список литературы на английском языке / References in English

1. *Sklyar B.* Cifrovaja svjaz'. Teoreticheskie osnovy i prakticheskoe primenenie. [Digital Communication. Theoretical bases and practical application] / B. Sklyar. 2 ed. Rev. M.: Williams, 2003. 424 p. [in Russian].
2. *Bleikhut R.* Teorija i praktika kodov, kontrolirujushhih oshibki [Theory and practice of codes that control errors] / R. Bleikhut. 2nd ed. Moscow: Mir, 1986. 576 p. [in Russian].
3. *Peterson W.* Kody, ispravljajushhie oshibki. [Codes, correcting mistakes] / W. Peterson: M.: Mir, 1976. 600 p. [in Russian].
4. *Penin P.E.* Radiotekhnicheskie sistemy peredachi informacii [Radio engineering systems of information transmission]. / P.E. Penin. Moscow: Radio and Communication, 1984. 256 p. [in Russian].